

CORSO DI LAUREA IN ECONOMIA

Programma del corso di Matematica Generale a.a. 2018/2019

Canale M-Z

Docente: Prof. PIERLUIGI VELLUCCI

Prerequisiti: Polinomi, scomposizioni, frazioni algebriche. Equazioni di primo e secondo grado. Equazioni di grado superiore al secondo. Disequazioni di primo e secondo grado. Disequazioni di grado superiore al secondo. Sistemi di equazioni e disequazioni. Equazione e disequazioni razionali. Equazioni e disequazioni irrazionali. Equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche. Cenni di geometria analitica: retta, parabola, iperbole.

Corso preliminare: Precorso di Matematica Generale.

Prova di esame: L'esame sarà costituito da una prova scritta ed una orale. La prova scritta sarà composta da esercizi, domande di tipo Vero/Falso con breve motivazione, domande teoriche riguardanti tutto il programma del corso. Può sostenere la prova orale solo chi supera lo scritto con almeno 15/30. La prova orale consisterà in una o più domande su tutto il programma comprese le dimostrazioni dei risultati indicati nel programma con "(c.d.)" o "(dim. fac.)". Le dimostrazioni facoltative (dim. fac.) non sono necessarie per il raggiungimento della sufficienza; la loro conoscenza è tuttavia apprezzata e valutata positivamente in sede di prova orale.

Nozioni preliminari.

Applicazioni. Applicazioni iniettive e suriettive. Corrispondenza biunivoca. Applicazione inversa.

Numeri e insiemi numerici. Numeri naturali. Numeri interi o relativi. Numeri razionali. $\sqrt{2} \in Q$ (c.d.). Numeri reali e rappresentazione sulla retta. Insiemi limitati e non limitati. Estremo superiore ed inferiore di insiemi di numeri razionali e reali.

Intervalli e intorni. Punti di accumulazione, interni, isolati e di frontiera. Insiemi aperti e insiemi chiusi.

Definizione di sommatoria. Proprietà. Somme particolari. Somma dei primi n naturali. Progressioni aritmetiche e geometriche e somma dei loro primi n termini. Produttoria: definizione; fattoriale.

Funzioni reali di variabile reale.

Funzioni reali di variabile reale, generalità. Il piano cartesiano e il grafico di una funzione. Funzioni iniettive e suriettive e grafico. Funzioni pari e dispari. Crescenza e decrescenza e funzioni monotone in un intervallo. Concavità e convessità in un intervallo. Funzioni limitate. Funzione composta. Funzione inversa, monotonia e invertibilità, grafico della funzione inversa.

Funzioni elementari (tranne le funzioni goniometriche). Funzioni a più leggi. Operazioni sui grafici, trasformazioni di funzioni note. Ricerca del dominio di una funzione.

Successioni.

Definizione di successione. Limite di una successione. Successioni convergenti e divergenti. Successioni monotone e teorema di regolarità (c.d.). Verifiche e calcolo di limiti di successioni

Limiti, continuità, infinitesimi e infiniti.

Definizione di limite al finito e all'infinito. Convergenza e divergenza. Limite destro e limite sinistro. Asintoti verticali, orizzontali e obliqui. Teorema di unicità del limite (c.d.). Teorema di permanenza del segno in forma diretta (c.d.) e inversa (dim. fac.). Teorema del confronto (dim. fac.). Verifiche di limiti. Operazioni con i limiti. Forme indeterminate. Limiti notevoli.

Infinitesimi e infiniti: definizioni e operazioni. Confronto fra infinitesimi e fra infiniti. Ordine di infinitesimo ed infinito. Teorema di cancellazione per infinitesimi (c.d.) e per infiniti (dim. fac.).

Definizione di continuità in un punto. Continuità in un intervallo. Limiti e continuità. Teoremi sulle funzioni continue: operazioni razionali sulle funzioni continue (c.d.); continuità della funzione composta (c.d.). Classificazione dei punti di discontinuità. Continuità dell'inversa. Massimi e minimi di una funzione. Teorema degli zeri (c.d.). Teorema di Weierstrass (senza dim.). Teorema di Darboux (dim. fac.).

Calcolo differenziale.

Rapporto incrementale. Derivata di una funzione in un punto e in un intervallo. Significato geometrico. Derivabilità implica continuità (c.d.). Punti di non derivabilità. Funzione derivata e derivate di ordine successivo. Derivate delle funzioni elementari (c.d.). Algebra delle derivate (c.d.). Regole di derivazione. Derivata di funzioni composte (c.d.). Derivata della funzione inversa (dim. fac.). Teorema di De L'Hôpital (c.d.) e applicazione al calcolo di limite.

Differenziale. Approssimazione locale del primo ordine. Teorema del resto del primo ordine (dim. fac.). Polinomio di Taylor e di McLaurin. Approssimazioni di ordine superiore. Teorema di Taylor (dim. fac.).

Massimi e minimi locali. Punti stazionari. Teorema di Fermat (c.d.). Teorema di Rolle (dim. fac.). Teorema di Lagrange (c.d.). Corollari al teorema di Lagrange (dim. fac.). Individuazione dei massimi e dei minimi relativi. Relazioni tra la monotonia e la derivata.

Concavità e convessità globale e in un punto, definizioni. Relazione fra la derivata seconda e la concavità (c.d.). Punti di flesso. Condizioni sufficienti del second'ordine per l'esistenza di massimi e minimi relativi (dim. fac.). Condizioni sufficienti di ordine n per l'esistenza di massimi e minimi relativi o flessi (dim. fac.).

Studio di funzione.

Calcolo integrale.

Funzioni primitive. Integrale indefinito. Prima proprietà delle primitive. Seconda proprietà delle primitive (c.d.). Proprietà dell'integrale indefinito. Integrali indefiniti immediati e loro deduzione a partire dalle regole di derivazione. Integrazione per parti. Integrazione per sostituzione.

Integrale definito (somme integrali, funzioni integrabili secondo Riemann). Proprietà dell'integrale definito. Funzione integrale. Teorema della media integrale (dim. fac.). Teorema di Torricelli-Barrow o teorema fondamentale del calcolo integrale (c.d.). Corollario al teorema di Torricelli-Barrow (dim. fac.). Integrazione definita.

Integrali impropri (cenni e definizioni).

Algebra lineare.

Vettori e spazi vettoriali. Rappresentazione geometrica dei vettori. Prodotto di un vettore per uno scalare. Somma di vettori. Combinazione lineare di vettori (CL). Vettori linearmente dipendenti (LD) e indipendenti (LI). LD implica CL (c.d.). Matrici. Operazioni con le matrici. Prodotto righe per colonne. Matrici particolari. Matrice trasposta. Determinante di una matrice di ordine n . Proprietà del determinante. Matrice inversa:

teorema di unicità della matrice inversa (c.d.); CNS per l'invertibilità (c.d.). Caratteristica o rango di una matrice. Rango e dipendenza lineare.

Sistemi di equazioni lineari. Teorema di Cramer (senza dim.). Teorema di Rouché-Capelli (senza dim.). Sistemi omogenei. Sistemi parametrici.

(c.d.) = "con dimostrazione"

(dim. fac.) = "dimostrazione facoltativa"

Testi consigliati:

1. Appunti scaricabili online dalla pagina web del corso.
2. Alberto Bersani, Francesco Manzini, Loretta Mastroeni. Esercizi di Matematica Generale: Per i corsi del nuovo ordinamento delle Facoltà di Economia. Società Editrice Esculapio, 2009.